文章编号:1001-5078(2012)02-0227-04 ·图像与信号处理·

基于 PSO 和 LM 的信号稀疏分解快速算法

王 菊,王朝晖,刘 银
(燕山大学信息科学与工程学院,河北 秦皇岛 066004)

摘 要:传感矩阵和重建算法的性能分析和优化是目前压缩传感领域研究的热点。针对匹配追踪算法在信号稀疏分解中计算量巨大的难题,提出了一种交替使用粒子群算法和 Levenberg Marquardt 算法的混合智能算法来寻找最佳原子。首先利用粒子群算法得到群体最优解,再以该解作为 LM 算法的初值,交替使用两种算法,直至发现满意的最优解。数值分析表明,新算法克服了粒子群算法过早收敛于局部极值和 LM 算法依赖初值的问题,保证了求解的速度和精度。

关键词:压缩传感;稀疏分解;匹配追踪算法;粒子群算法;Levenberg Marquardt 算法
中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2012.02.025

Fast algorithm of sparse signal decomposition based on PSO and LM

WANG Ju, WANG Zhao-hui, LIU Yin
(College of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Performance analysis and optimization of sensing matrix and reconstruction algorithm have become a hot research field in compressed sensing. Matching pursuit algorithm has a huge computational problem for sparse signal decomposition, so a hybrid intelligent algorithm of using alternately particle swarm optimization and Levenberg Marquardt has been put forth to find the best atom. Firstly, a group of optimal approximate solutions are obtained by the way of the particle swarm optimization. Taking these approximate solutions as the initial values, the particle swarm optimization and LM algorithm are alternately used until the satisfactory optimal solution is found at last. These findings indicate that the new algorithm overcomes premature convergence of particle swarm optimization, at the same time weakens its dependence on the initial conditions in the LM algorithm. It guarantees the speed and precision of the solving process.

Key words: compressed sensing; sparse decomposition; matching pursuit; particle swarm optimization; Levenberg Marquardt algorithm

1 引 言

压缩传感是针对稀疏或可压缩信号,在采样的同时即可对信号数据进行适时压缩的新理论,它突破了奈奎斯特(Nyqusit)采样定理的限制,对稀疏分解的研究有极其重要应用价值。常用的稀疏分解算法有匹配追踪(matching pursuit, MP)算法[1]、基追踪(basis pursuit, BP)算法[2]、正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法[3]等,其中 BP 算法、MP 算法是目前最常用的两种算法。众多稀疏分解算法中,MP 算法的速度是最快的,但其计算量仍然巨大。王建英等依据原子特性,并且结合遗传算法、FFT 等提出了信号 MP 分解的一些有效的快速算法[4];范虹等将混合编码的遗传算法应用在匹配追踪中最佳原子的搜索上[5],取得了一定的效果;Mor Etai 等提出了一种不同于传统的 MP 算法,在不同的字典下,进行数据测试并求出最优解[6]。

针对 PSO 算法易收敛于局部极值和 LM 算法依赖于初值的缺点[7-8],提出了一种基于粒子群和 Levenberg Marquardt 的混合智能算法应用于 MP 中

作者简介:王 菊(1985-),女,硕士研究生,主要研究领域为压缩传感,信号处理。
收稿日期:2011-08-31;**修订日期:**2011-10-18

对信号进行稀疏分解。此算法在寻找最佳原子过程中能较好解决信号稀疏分解计算量大的问题,克服了粒子群算法过早收敛于局部极值和 LM 算法依赖初值的问题。数值分析证实了该混合优化算法的实用性和有效性,对信号稀疏分解具有一定的启示作用。

2 基于 MP 的信号稀疏分解

MP 是一种迭代的贪婪算法,在每一次迭代过程中,从原子库里选择最能匹配信号结构的一个原子,来重构原始信号。

设 $D=\{g_r\}_{r\in\Gamma}$ 为进行稀疏分解的过完备原子库,g_r,Γ 分别为参数组 r 定义的原子和集合,对原子进行归一化处理,即 $\|g_r\|=1$。在初始化时,首先将信号 f 分解为:

$$f=<f,g_{r0}>g_{r0}+R^1f \tag{1}$$

其中,$<f,g_{r0}>g_{r0}$ 是 f 对 g_{r0} 的投影;R^1f 是剩余量。显然,R^1f 和 g_{r0} 正交,可以得到:

$$\|f\|^2=\|<f,g_{r0}>\|^2+\|R^1f\|^2 \tag{2}$$

如果想使剩余量 R^1f 最小化,就必须使投影极大化:

$$|<f,g_{r0}>|=\sup_{r\in\tau}|<f,g_{r0}>| \tag{3}$$

从信号空间角度出发,投影值 $|<f,g_{r0}>|$ 极大化意味着 g_{r0} 是信号所在的空间中和 f 最为匹配的过完备原子库中的单位向量,这就是 MP 所要的匹配。

在基于 MP 的信号稀疏分解中,每一步都要完成信号或信号分解的残余在过完备库中的每一个原子上的投影的计算,这是 MP 信号稀疏分解计算量巨大的根本原因。为了解决问题,本文提出了一种基于 PSO 和 LM 混合智能优化算法寻找最佳原子。

2.1 粒子群算法

粒子群算法(particle swarm algorithm, PSO)是一种应用广泛的全局优化搜索算法,具有非常高的全局优化搜索效率。PSO 保留了基于种群的全局搜索策略,但其采用的速度、位移模型操作简单,避免了复杂的遗传操作,是一种更高效的随机搜索算法。

虽然以粒子群算法为代表的群智能算法目前还没有遗传算法、模拟退火算法、人工神经网络等这些早期的智能算法成熟,但由于其鲁棒性、分布性、自适应性、快速性和协作性等特点,自提出以来得到了较快的发展。

2.2 Levenberg Marquardt 算法

Levenberg Marquardt 算法是最有效的非线性模型参数估计方法之一。它吸收了高斯-牛顿法局部收敛和最速下降法全局收敛的优点,同时又具有类似神经网络的特点。

LM 算法利用等式:

$$[H+\mu I](A_{k+1}-A_k)=-J^{\mathrm{T}}\Delta f \tag{4}$$

若给定 m 组测量值(x_i,y_i),则参数估计问题转化为求测量值和预测值差的平方和 $r^2=\sum_{i=0}^{m-1}(y_i-f(x_i))^2$ 最小化的解。待估参数 A 的迭代表达式为:

$$A_{k+1}=A_k-[H+\mu I]^{-1}J^{\mathrm{T}}\Delta f \tag{5}$$

式中,J 是 Jacobian 矩阵,$J=[y_i-f(y_i,A)]^{\mathrm{T}}\cdot R^{-1}[y_i-f(y_i,A)]$;$R$ 是对角阵,第 i 个元素 $R_{ii}=\sigma_i^2$ 为数据点 y_i 的标准方差;$H(x)=J^{\mathrm{T}}J$ 是 Hessian 矩阵,$\Delta f=y_i-f_{\mathrm{FBG}}(x_i,A)$;$I$ 是单位阵;k 是迭代次数;μ 是阻尼因子。

LM 算法可以交替变化,当方法进展良好时可以取 λ_k 较小,进而成为类牛顿步长,局部收敛速度大大加快;当方法进展较差时可以取较大的 λ_k 从而成为最速下降步长,可进行全局搜索。这样当残量 r 变小时具有牛顿法的性态,而当残量较大时又具有最速下降法的坚固性,但 LM 算法依赖初值,使它的发展也受到了限制。

2.3 混合优化算法

本文提出的 MP 稀疏分解快速算法首先利用粒子群算法粗调得到一组全局最优解,再以该全局最优解作为 LM 算法的初值,交替使用两种算法,直至发现满意的最优解。算法步骤如下:

(1)对粒子群中粒子的位置和速度进行随机初始化。

(2)计算每个粒子的目标函数值。

(3)计算粒子所经历的最好位置 $\mathrm{pbest}_i(t)$ 和群体中所有粒子经历过的最好位置 $\mathrm{Gbest}_i(t)$。

(4)利用式(4)、式(5)对粒子的速度和位置进行进化。

(5)若目标函数达到要求则结束,若循环次数达到预先设定的迭代次数 10 次,则继续进行,若未达到预先设定的迭代次数返回步骤(2)。

(6)将由 PSO 算法得到的 Gbest 当做全局最优解作为初值 A_0,设置 $\mu=1.0\times10^{-4}$。

(7)计算 $r^2(A_k)$。

(8)利用式(7)求解 A_{k+1} 并计算 $r^2(A_{k+1})$。

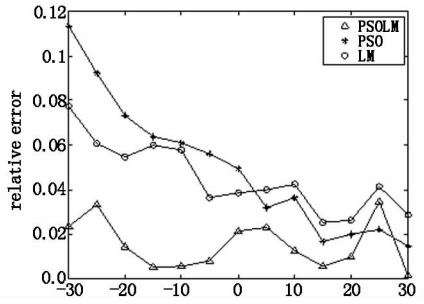
(9)若 $r^2(A_{k+1})\geq r^2(A_k)$,则将 μ 增大 10 倍。否则,将 μ 减小 10 倍。

(10)判断 $r^2(A_{k+1})$ 是否满足结束条件,若满足则结束迭代;若循环次数达到预先设定的迭代次数

10 次,则继续进行,若未达到预先设定的迭代次数 10 次,则将此时的 A_{k+1} 作为中心值扩展成为新的区间作为粒子群中粒子的位置和速度进行随机初始化,返回步骤(3),并使 $k=k+1$。

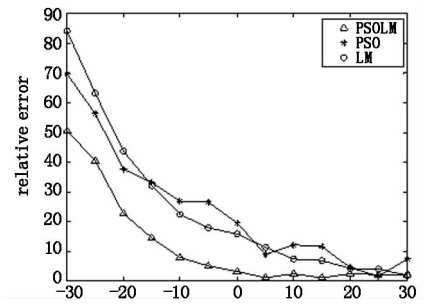
3 数值仿真

实验中采用三个正弦信号,幅度参数分别为 0.3,0.35,0.1,频率参数分别为 500 Hz,1000 Hz,2000 Hz,相位参数分别为 0.35 * pi,0.2 * pi 和 0,噪声为零均值的高斯白噪声。采样点为 128,信噪比 SNR 从 -30 dB 开始每增加 5 dB 作 200 次实验,寻找最佳匹配原子得到图 1。图 1 表示三种算法偏差的比较,包括幅度偏差、频率偏差和相位偏差,其中选择的原子个数为 256。



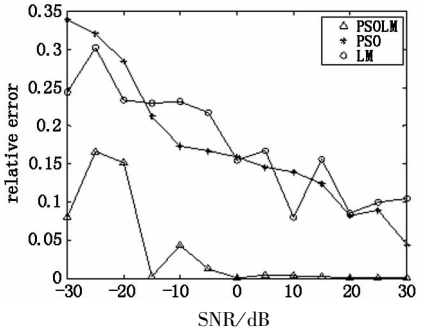
(a)幅度

(a) amplitude



(b)频率

(b) frequency



(c)相位

(c) phase

图 1 不同算法下估计偏差随信噪比变化的关系曲线

Fig. 1 the relationship between deviation and SNR by different algorithms

从仿真结果可以看出,基于 PSO 和 LM 混合快速算法可以同时获得多信号高分辨幅度、频率、相位。本文提出的快速算法不但比单一的 PSO 和 LM 算法具有更高的频率分辨率,而且可以在信噪比较低的环境下获得较好的信号估计结果。

从图 2、图 3 可以看出,在同样迭代次数的情况下,混合算法的评价指标总体平均绝对值误差和总体均方根误差都要优于单一的 PSO 和 LM 算法。

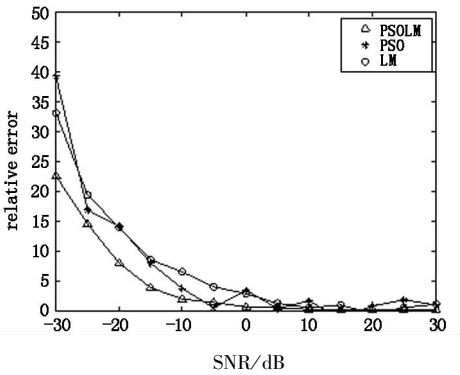


图 2 不同算法的平均绝对值相对误差随信噪比的变化曲线图

Fig. 2 the average absolute error VS SNR by different algorithms

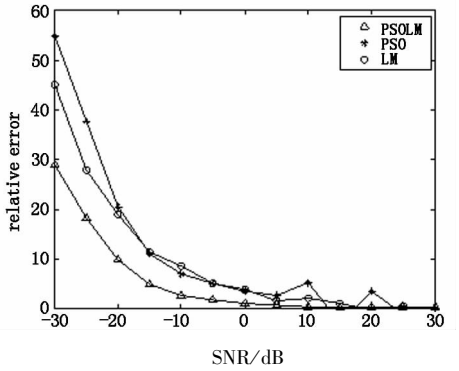


图 3 不同算法的均方误差随信噪比的变化曲线图(RMSE)

Fig. 3 the mean square error VS SNR by different algorithms

在信噪比为 -10 dB 的情况下,对三个正弦信号的 8 个参数进行数据处理,混合算法、PSO 和 LM 算法的运行效率如表 1 所示。

表 1 三种不同算法的速度比较

Tab. 1 the effenciency comparison between those algorithms

算法	偏差	迭代次数	实际处理时间/s
混合算法	11.0735	28	0.04128
PSO	38.9622	47	0.23392
LM	15.2332	50	0.3440

PSO 算法虽然收敛速度很快可是却达不到高精度特征提取的要求,陷入局部极值,即使增加迭代次数,总体误差水平保持不变。LM 算法的运行效率

取决于初值,这对于三种算法的比较没有太大的参考价值。新算法的总体误差水平均要优于其他两种算法,并且运算效率大大提高,比 PSO 算法提高了大概一个数量级。新算法不但具有量子粒子群算法的全局寻优能力而且保留了 LM 算法的局部收敛速度,克服了粒子群算法过早收敛于局部极值和 LM 算法依赖初值的问题,保证了求解的速度和精度。

4 结 论

针对基于 MP 的信号稀疏分解中计算量巨大的难题,本文提出了一种交替使用粒子群算法和 Levenberg Marquardt 算法的混合智能算法来寻找最佳原子。新算法克服了粒子群算法过早收敛于局部极值和 LM 算法依赖初值的问题,保证了求解的速度和精度。

参考文献:

[1] Averbuch Amir Z, Zheludev Valery A, Khazanovsky. Marie1 deconvolution by matching pursuit using spline wavelet packets dictionaries[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 31(1): 98 – 124.

[2] Saligrama Venkatesh, Zhao Manqi. Thresholded basis pursuit: LP algorithm for order-wise optimal support recovery for sparse and approximately sparse signals from noisy random measurements[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(3): 1567 – 1586.

[3] Cai T Tony, Wang Lie. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(7): 4680 – 4688.

[4] Wang Jianying, Yin Zhongke, Zhang Chunmei. Signal and image sparse decomposition and preliminary application [M]. Chengdu: Southwest Jiao Tong University Press, 2006: 49 – 139. (in Chinese)
王建英,尹忠科,张春梅. 信号与图像的稀疏分解及初步应用[M]. 成都:西南交通大学出版社,2006:49 – 139.

[5] Fan Hong, Meng Qingfeng, Zhang Youyun, et al. Feature extraction based on modified matching pursuit and its application[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(7): 115 – 119. (in Chinese)
范虹,孟庆丰,张优云,等. 基于改进匹配追踪算法的特征提取及其应用[J]. 机械工程学报,2007,43(7): 115 – 119.

[6] Mor Etai, Azoulay Amnon, Aladjem Mayer. A matching pursuit method for approximating over lapping ultrasonic echoes[J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 2010, 57(9): 1996 – 2004.

[7] Hashemi S Mehdi, Rezapour Mohsen, Moradi Ahmad. An effective hybrid PSO-based algorithm for planning UMTS terrestrial access networks[J]. Taylor and Francis Ltd, 2010, 42(3): 241 – 251.

[8] Kallapur Abhijit G, Boyson Toby K, Petersen Ian R, et al. Nonlinear estimation of ring-down time for a Fabry-Perot optical cavity[J]. Optical Society of America, 2011, 19(7): 6377 – 6386.