文章编号:1001-5078(2012)03-0324-07

·光纤及光通讯技术 ·

双 Mach-Zehnder 光纤干涉仪中的模拟退火偏振控制算法

张溪默,曾周末,封 皓,靳世久,安 阳 (天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室,天津 300072)

摘 要:基于双 Mach-Zehnder 光纤干涉仪的分布式光纤油气管道安全检测及预警系统运行时,由于光纤等效双折射和输入偏振态扰动的影响,常出现相位偏移而导致用于报警定位的两路检测信号相关性下降而产生定位误差。本文提出基于双臂检测信号相关系数的模拟退火算法对输入偏振态进行实时控制,在系统信号相关性恶化时,通过反馈控制改变输入偏振态以恢复信号的良好相关性。现场实验表明,基于双臂检测信号相关系数的模拟退火偏振控制算法,可快速寻找到偏振态最优点,使检测信号维持良好的相关性;相较采用偏振控制之前,系统的工作稳定性得到了明显提高。

关键词:双 Mach-Zehnder 干涉仪;光纤双折射;相关系数;模拟退火算法;偏振控制 中图分类号:TP212.1 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2012.03.018

Simulated annealing polarization control algorithm for dual Mach-Zehnder fiber interferometer

ZHANG Xi-mo, ZENG Zhou-mo, FENG Hao, JIN Shi-jiu, AN Yang

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instrument, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In practice, due to fiber birefringence and input polarization, the phase shift often occurs in distributed optical fiber oil and gas pipeline security monitoring and early warning system based on dual Mach-Zehnder fiber interferometers. It also causes the degradation of two detection signals for alarm location and the gross locating error. A new type of Simulated Annealing(SA) method based on dual Mach-Zehnder signal correlation coefficient is proposed for real-time control of input polarization in this paper, which can keep the signals' correlation coefficient stable. When the detection signals' correlation degenerates, the input polarization can be changed through the feedback control to recover a steady signal correlation. Field test results show that the Simulated Annealing Algorithm based on dual Mach-Zehnder signal correlation coefficient can make a fast search for the optimal state of polarization, and maintain a steady signal correlation. Compared with the situation without the polarization control, the system's stability is significantly improved.

Key words: dual Mach-Zehnder fiber interferometer; fiber birefringence; correlation coefficient; simulated annealing; polarization control

1 引 言

随着油气资源的开发以及能源需求的急增,管 道总里程不断增长,管道安全已经成为重要的研究 课题。本课题组研发的基于双 Mach-Zehnder 光纤 干涉仪的分布式光纤油气管道安全检测及预警系 统,能够对威胁管道安全的事件进行实时监测、预警 以及定位。对这些威胁事件的定位技术是系统的关键技术之一,定位主要采用互相关函数估计时延的

基金项目:国家自然科学基金重点项目(No. 60534050);天津市 自然科学基金项目(No. 06YFJMJC02000)资助。

作者简介:张溪默(1986 -),男,硕士研究生,主要从事自动测 控系统等方面的研究。E-mail;zxm2514@163.com 收稿日期;2011-07-22

方法,该方法要求系统信号具有较强相关性。而在 系统工作时,常因光纤双折射产生"偏振诱导信号 相位偏移"现象,使信号相关性恶化,造成互相关法 计算定位出现很大偏差。因此采取有效的抗偏振衰 落措施来保持系统信号的稳定性至关重要。

利用偏振控制器结合控制算法对偏振态进行控制是最常用的抗偏振衰落方法。已有的偏振控制算法^[1-4]均用以消除光纤中的偏振模色散(PMD)、电光调制器中的偏振相关调制(PDM)等一系列由偏振引起的损害,主要是适用于单元光纤传感器的基于光强峰值搜索的反馈控制算法,控制字输出后可即时得到控制效果,无需后续处理。而在本文所述的双 Mach-Zehnder 光纤干涉系统中控制目标是两路检测信号的相关性,要求采用双臂检测信号的相关性,要求采用双臂检测信号的相关性,要求采用双臂检测信号的相关性,要求采用双臂检测信号的相关性,要求采用双臂检测信号的相关系数作为反馈控制量。相关系数的计算需要一定时间长度的信号序列,与光功率没有直接联系;同时要求偏振控制器的安装位置既能保持原系统结构不变,又能实现对两臂中光偏振态进行有效控制。因此算法应用结构和评价函数的差异使得已有的方法

并不适用于本系统。本文分析了系统的偏振控制 模型,分析了利用偏振控制器改善双臂检测信号 相关性的可行性,提出基于双臂检测信号相关系 数的模拟退火算法(simulated annealing,SA)的偏 振控制算法,采用 Monte Carlo 迭代求解策略,能够 实现对相关系数最大化偏振状态的全局快速搜 索。现场实验证明该算法能够实时跟踪输入偏振 态的最优位置,可以有效消除相位偏移对定位造 成的不利影响,明显改善及稳定系统两个传感臂 信号的相关性;相较于局部搜索算法,本算法具有 更高的控制效率。

2 系统的偏振控制模型

系统的光路结构如图 1 所示,设光源输出光经 偏振控制器调制后,可用琼斯矩阵 *E*_{in}表示为:

$$E_{\rm in} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varepsilon - j\sin\theta\sin\varepsilon \\ \sin\theta\cos\varepsilon + j\cos\theta\sin\varepsilon \end{bmatrix}$$
(1)

其中,A 是光源输出光的初始振幅,不受外界因素影 响;θ和 ε 分别是输入光的方位角和椭率角,二者共 同决定输入偏振态,并且这两个参数是可调节的。



图1 系统结构示意图

Fig. 1 conventional diagram of system structure

为[5-7].

假定两条传感臂 L_1 和 L_2 (如图 1 所示)的正向(顺时针方向)等效琼斯传输矩阵分别为: E_1 , E_2 ,逆向(逆时针方向)等效琼斯传输矩阵分别为 E_1^T , E_2^T ,它们由传感光纤的偏振特性决定。探测器 1 和 2 接收到的光信号 E_{outl} , E_{out2} 可表示

式中, I_0 是光源输出光强; α , β 分别是正反向光路中

由光纤双折射导致的偏振诱导相位偏移; $f_1(\theta, \varepsilon, \alpha)$

 $\pi f_{2}(\theta, \varepsilon, \beta)$ 是偏振诱导相位偏移和输入偏振态共

同作用产生的附加相位差。由此可见,对于同一激

振源,两条光路的附加相位差 $f_1(\theta, \varepsilon, \alpha), f_2(\theta, \varepsilon, \varepsilon)$

。体 式中,
$$\delta(t)$$
是外界活动十扰产生的相位差。网路光
表示 强信号 $I_1(t), I_2(t)$ 可表示为:

$$\begin{cases} I_{1}(t) = |E_{\text{out1}}(x)|^{2} + |E_{\text{out1}}(y)|^{2} = I_{0}\cos[\delta(t) + f_{1}(\theta,\varepsilon,\alpha)] \\ I_{1}(t) = |E_{1}(x)|^{2} + |E_{1}(x)|^{2} = I_{0}\cos[\delta(t) + f_{1}(\theta,\varepsilon,\alpha)] \end{cases}$$
(3)

β)不同是造成振动信号发生畸变、导致信号相关性 恶化的原因。

取时间长度为 *t* 的两路光强信号,它们的相关 系数为:

(2)

两路检测信号的相关性。

偏振诱导相位偏移导致的附加相位差 $f_1(\theta, \varepsilon, \alpha)$ 和 $f_2(\theta, \varepsilon, \beta)$ 是由输入偏振态、光纤偏振特性和系统敷设环境共同决定的,其中后两项难以人为调节,只能通过调节输入偏振态来改变附加相位差。 对于任意的相位偏移,都必然存在与其对应的一种 (或多种)输入偏振态,使附加相位差减小到可接受 范围甚至完全消除^[8-9],从而保持系统检测信号的 良好相关性。因此,只需对系统输入光进行偏振控 制,搜索到合适的偏振态,就能够实现改善两路信号 相关性的目的。

设定目标函数为 $1 - \rho_{xy}$,那么系统的偏振控制 模型为:

 $\min(1 - \rho_{xy}) = f(x) \quad x \in \Theta$ (5) 其中,x 是偏振控制器的延迟量 x_i (*i*=1,2,3,4)的 一种组合; Θ 是各延迟量的取值范围。偏振控制器 的控制算法在数学上就是要使相关系数的目标函数 最小,因此也是一个寻优问题。

由于外界环境处于缓变之中且不可知,因此在 偏振控制过程中光源的初始偏振态和目标偏振态都 是不可知的,这增加了控制难度和对控制算法的要 求。为了实现控制目标,要求偏振控制算法必须具 备以下能力:①全域搜索能力,即能够遍历到邦加球 上的任意一点;②跳出局部最优并最终趋于全局最 优的能力。通用的局部搜索算法(LSA)^[10]依赖于 初始解的选择,往往难于实现全局搜索,在本实验室 之前进行的偏振控制中效果并不理想;而模拟退火 算法本身是一种全局搜索算法,其最大特点是依据 Metropolis 准则接受新解,除接受优化解外,还在一 个限定范围内接受恶化解,可以从局部最优的"陷 阱"中跳出,最终得到全局最优解。此外相较于遗 传算法^[11],模拟退火算法不需要初始解群体,理论 上搜索速度更快。因此,选择模拟退火算法来对偏 振控制器进行反馈控制。

3 基于双臂相关系数的模拟退火算法

3.1 算法原理

模拟退火算法^[10-11]的核心思想是依据 Metropolis 准则重复进行"产生新解-计算目标函数 差-接受(舍弃)新解"的迭代过程。在偏振控制时,随机产生的初始解为 x_i ,其目标函数值为 $f(x_i)$,由状态产生函数产生新解 x_j ,其目标函数值为 $f(x_i)$;新解 x_i 被接受的概率,由 Metropolis 准则对应

的转移概率确定:

$$p_r(x_i \Rightarrow x_j) = \begin{cases} 1 & f(x_j) \leq f(x_i) \\ \exp\left(-\frac{f(x_j) - f(x_i)}{T}\right) & f(x_j) > f(x_i) \end{cases}$$
(6)

式中,*T* 为当前状态温度。由*p*, 与0~1间的随机数 *n* 进行比较, *H p*, ≥*n* 则接受新解*x*_{*j*} 为当前最优解, 否则保留原解*x*_{*i*} 为当前最优解。经过多次这种解 的变换后,可以得到在当前状态温度*T*下系统的局 部最优偏振态, 然后逐步衰减*T* 值, 搜索每一状态 温度*T*下的局部最优偏振态。当*T* 值趋于0时,算 法终止, 此时的当前最优点即为系统的全局最优点。 基于双臂检测信号相关系数的模拟退火算法偏

振控制流程可描述如下(流程图如图2所示)。



图 2 模拟退火算法流程图

Fig. 2 flow chart of simulated annealing

(1)设定初始温度 T_0 和温度更新函数 $F(T_k)$;

(2)随机产生初始解 x_0 ,以此为当前最优点计 算目标函数值 $f(x_0)$,并初始化全局最优量 x_g 和 $f(x_g)_0$

(3)外循环计数器 k 设初值:k = 1;设置外循环 次数 k₀;

(4)内循环计数器 l 设初值: l=1; 设置内循环

次数 l₀;

(5)根据状态产生函数产生新解 x_l ,并计算其 目标函数值 $f(x_l)$ 和目标函数增量 $\Delta f = f(x_l) - f(x_0)$;

(6)根据 Metropolis 准则判断新解是否被接受, 若接受,用新解 x_l 和 $f(x_l)$ 更新当前最优量 x_0 和 $f(x_0)$,否则保留原解为当前最优量;

(7)比较当前最优量和全局最优量,若 $f(x_0) < f(x_g)$,则用当前最优量 x_0 和 $f(x_0)$ 更新全局最优量 x_g 和 $f(x_g)$,否则保持全局最优解不变;

(8) 若 *l* < *l*₀, 则 *l* = *l* + 1, 返回到(5);

(9) 若 $k < k_0$,则 k = k + 1, $T_k = F(T_k - 1)$, 返回 到(4);

(10)判断全局最优量 $f(x_g)$ 是否小于 0.1,若是 则输出最优解,算法结束,否则以全局最优量 x_g 和 $f(x_g)$ 更新当前最优量 x_0 和 $f(x_0)$,返回(3),开始新 一轮算法历程。

在算法中,考虑到一次历程很难找到合适的偏 振态,所以增加了记忆功能,保存当前历程搜索到的 最优点。在开始新一轮历程时,以当前历程的最优 点为搜索基点,从而加快收敛速度。

模拟退火算法具有对初值不敏感的鲁棒性,但 是初温、温度更新函数和状态产生函数等关键参量 的设置对算法的性能有很大影响。

实际所用偏振控制器产生的相位延迟量为0~ 5π,属于有界解空间的优化,状态产生函数采用如 下方式:

$$x_{l+1} = \begin{cases} x_l - f(x_l) \cdot s & x_l \ge 5\pi \\ x_l + f(x_l) \cdot c \cdot s & 0 < x_l < 5\pi \\ x_l + f(x_l) \cdot s & x_l \le 0 \end{cases}$$
(7)

式中,*s*为最大搜索步长;*c*为随机的±1。系统偏振 诱导相位偏移在短时间内可视为常量,此时信号相 关系数值随着输入偏振态连续变化,后一个搜索点 可以依赖前一次搜索结果,故直接利用目标函数值 $f(x_l)$ 动态调整搜索步长。目标函数值较小说明离 目标偏振态较近,小步长可增大在当前最优值附近 寻找全局最优值的概率;目标函数值较大说明离目 标偏振态较远,大步长能加快向全局最优值前进的 速度,这样每个最优值的最大搜索循环次数可大为 减小。这里一个算法历程的外循环为4次,内循环 为5次。温度更新函数采用 $T_{k+1} = p \cdot T_k, p$ 为小于 0.95的正常数。 3.2 算法关键参数的设定

偏振控制器的安装位置如图1所示,这样既能 对正反向两条光路都进行控制,又避免了对系统结 构的改动。

为了获取算法的最佳控制参量,保证算法在偏 振控制中确实具备全局搜索能力,对任意输入偏振 态在邦加球上的寻优做了实验。每次实验均运行 15 个算法历程。

3.2.1 初温的选择

在模拟退火算法中,初始温度 T₀ 越大,获得高 质量解的几率也越大,但是退火过程中温度必须缓 慢下降才能保证每一温度下都获得较好的局部最优 值,较高的初温必然会增加外循环的次数和搜索时 间。综合考虑优化质量和优化效率,在实际控制中 采用较低的初始温度,选取 T₀ 不大于1。图3 为不 同初温下控制器在邦加球上搜索区域的实验结果, 其他参数设置为:s=1.1,p=0.8。



图 3 初温 T₀ = 0.1, 0.5, 1 时算法的搜索区域

Fig. 3 initial temperature T_0 effect on search area, $T_0 = 0.1, 0.5, 1$

由图 3 可见,当初温过小时,算法只能在邦加球上的特定区域进行搜索,盲区很大;而增大初温后,根据 Metropolis 准则,更有可能接受恶化解,这样有利于跳出局部最优。根据以上实验结果,初温 T₀ 设定为 1。

3.2.2 温度更新函数 p 参量的选择

在模拟退火算法中,温度更新函数常采用指数 退温,即 $T_{k+1} = p \cdot T_k$,其作用体现在:温度主要是决 定概率性地接受非最优值为当前最优值,这样有助 于从一个多极点的空间跳出局部最小点。模拟退火 过程是一个温度缓降过程,为了使算法进程接受更 多的变换,搜索更大的范围,要求p值较大;此时虽 然保持了相对的高温,增大了接受非最小值为最优 的概率,但这是以增加循环次数、减缓收敛速度为代 价的。所以需根据具体控制对象来调整p值,以保 持算法搜索区域和收敛速度的平衡性。图4为不同 值时控制器在邦加球上搜索区域的实验结果,其他 参数设置为: $T_0 = 1, s = 1.1$ 。



图 4 温度控制参量 p = 0.3, 0.5, 0.8 时算法的搜索区域 Fig. 4 temperature constant p effect on search area, p = 0.3, 0.5, 0.8

由图 4 可以看出,不同 p 值所对应的搜索区域 并无太大区别,考虑到 p 值较大时依概率接受非最 优解的机会更多,在邦加球上能更均匀地搜索目标 值,而不会限于某个局部范围,因此温度控制参量 p 设定为 0.8。

3.2.3 状态产生函数中步长 s 的选择

状态产生函数决定了算法能否在整个解空间搜 索最优值。采用如式(7)的状态产生函数,可以使 挤压器延迟量在到达有界解空间边界时,通过固定 方向的随机扰动,回到解空间限制范围内继续搜索。 算法的最大搜索步长由参数 s 确定,步长太大会导 致每次扰动的范围过大而偏离了当前最优值的范 围,步长太小会使得每次扰动的范围较小而减缓了 向全局最优值靠近的速度。为了平衡搜索范围和搜 索速度,必须通过实验来获得的最佳值。图 5 为不 同 s 值下控制器在邦加球上搜索区域的实验结果, 其他参数设置为: $T_0 = 1, p = 0.8$ 。



图 5 最大搜索步长 s = 0.44,0.76,1.10 时算法的搜索区域 Fig. 5 maximum step length s effect on search area

s = 0.44, 0.76, 1.10

由图 5 可以看出,最大搜索步长对搜索区域有 非常大的影响。当 s 增大到 1.10 时(此时最大搜索 角为 65°),步长才足够大以跳出局部最优,并搜索 到全邦加球区域。为了保证搜索范围,将最大搜索 步长设定为 1.10。

根据实验结果,在实际控制时模拟退火算法中 各关键控制参数的最优值分别取为:初温 $T_0 = 1$,温 度更新常数p = 0.8,最大搜索步长s = 1.10。

4 现场实验

现场实验所用系统为大港 - 枣庄成品油管道大 港首站光纤预警系统,监测距离约 35 km。在野外 自然环境下,对地表土层进行人工挖掘试验(如图 6 所示),在大港输油站实时监测信号波形。



(a)设备现场
 (b)实验现场
 (a) equipment
 (b) experiment field
 图 6 设备现场和实验现场
 Fig. 6 equipment and experiment field

在对光源进行偏振控制之前,两路信号经常处 于如图 7(a)所示的相关性恶化状态。

图 7(b)为启动模拟退火算法对输入偏振态进 行控制,搜索到满足信号相关性要求的偏振态后得 到的波形。对比两图可见,施加偏振控制前两路信 号存在较大的相位畸变,相关性极差,利用互相关法 对时间延迟进行估计将产生错误结果;在试验点得 到的四分钟定位数据的方差在 2500 m 以上,不具有 一致性。而经过模拟退火算法控制以后的信号具有 很好的相关性,相位畸变基本消除。

为验证模拟退火算法的持续稳定性,利用模拟 退火算法对光源偏振态进行控制的同时,实时记录 每秒信号相关系数。对比偏振控制前系统采集的约 24 h 信号相关系数和经模拟退火算法实时控制后 的系统信号相关系数,如图 8 所示。



图 7 偏振控制前后的信号波形 Fig. 7 waveforms before and after polarization

图9是偏振控制前后,一个月内相关系数每天 的均值与标准差。由图7~图8可见,在未对输入 偏振态进行控制时,不仅一个月内信号相关性不能 稳定,而且一天内信号相关系数的标准差也较大,相 关系数存在很大跳变;相关性如此差的信号将无法 进行互相关时延估计,对异常事件的定位会产生很 大的误差。施加偏振控制后,由于利用模拟退火算 法实时跟踪了较佳位置的系统输入偏振态,在一个 月的大多数时间内都能保证信号相关系数值稳定在 0.9 以上,而且每天相关系数值的标准差很小,几乎 不存在跳变,系统的稳定性非常好;即使因外界活动 干扰和输入偏振态漂移而导致当前偏振态偏离了最 优位置,算法也能在较短时间内搜索到新的最优偏 振态,恢复信号的良好相关性。实验证明基于模拟 退火算法的偏振控制方法可以显著提高系统的稳 定性。





作为对比,图 10 给出分别利用局部搜索算法和 模拟退火算法时,一个月的偏振控制记录。



根据控制记录,局部搜索算法在一个月内累计 实施控制 16 次,其中两次搜索失败,搜索成功时平 均历经 3 个算法历程,最多运行 6 个历程,即最多经 历 112 次循环才能实现有效控制。而模拟退火算法 在当月累计实施控制 15 次,全部搜索成功,算法运 行最多只需 5 个历程就能搜索到新的最优点,其中 最多经历 100 次循环,最少只需 1 次循环,即可重新 稳定信号相关性,并在近一个月的时间内相关系数 均维持在 1 附近。由此可见,模拟退火算法相对于 局部搜索算法具有更高的搜索准确性和控制效率。

5 结 论

本文针对基于双 Mach-Zehnder 光纤干涉仪原 理的分布式油气管道泄漏检测系统在实际应用中, 常出现"偏振诱导信号相位偏移"的问题,造成系统 信号的相关性下降而导致定位误差,分析了系统的 偏振模型,提出采用基于双臂检测信号相关系数的 模拟退火偏振控制方法。该方法利用两臂检测信号 的相关系数作为控制反馈量,对输入偏振态进行实 时控制,能够在系统信号相关性恶化的时候以较快 的速度搜索到输入偏振态的最优位置,从而恢复两 臂检测信号的良好相关性。本文通过实验室实验, 分析了模拟退火算法的三个关键参数,确定了利用 该算法进行本系统偏振控制的参数最优值。经现场 实验表明,利用模拟退火算法进行控制后,可持续稳 定系统信号的相关性,系统的工作稳定性得到了明 显的提高。而且相较于局部搜索算法,模拟退火算 法具有更高的搜索准确性和控制效率。

参考文献:

- [1] Wang Tiecheng, Liu Tiegen, Wan Musen, et al. Polarization controlment for polarization division multiplexing system [J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2008, 19(7):922-924. (in Chinese)
 王铁城,刘铁根,万木森,等. 偏振复用系统中解复用 端的偏振控制算法[J]. 光学与光电技术, 2008, 19(7):922-924.
- [2] Anatoli A Chtcherbakov, Pieter L Sawart. Polarzation effects in the sagnac-michelson distributed disturbance location sensor[J]. Journal of Lightwave Technology, 1998, 16(8):1404-1412.
- [3] Martinelli M, Russell A C. Endless polarization control algorithm using adjustable liner retarders with fixed axes
 [J]. Journal of Lightwave Technology, 2003, 21 (9): 2089 - 2096.
- [4] Laurent Dupont, Weifeng Rong, Jeanclaude Vivalda. Endless polarization control using two rotatable wave plates with variable birefringence [J]. Optics Communications, 2005,252:1-6.
- [5] Feng Hao, Jin Shijiu, Zeng Zhoumo, et al. Locating error analysis in pipeline leakage detection and prewarning system based on modeling using jones matrix [J]. Acta

Optica Sinica,2009,29(3):723-727.(in Chinese) 封皓,靳世久,曾周末,等.基于琼斯矩阵建模的管道 泄漏检测及预警系统的定位误差分析[J].光学学报, 2009,29(3):723-727.

- [6] Li Dong, Zhang Xiaohui, Huang Junbin, et al. Analysis of polarization fading and phase noise in unbalance fiber Mach-Zehnder interferometer[J]. Laser & Infrared, 2005, 35(3):217 220. (in Chinese)
 李东,张晓晖,黄俊斌,等.非平衡光纤 Mach-Zehnder 干涉仪偏振衰落及相位噪声分析[J].激光与红外, 2005, 35(3):217 220.
- [7] Hao Feng, Lin Zhu, Shijiu Jin, et al. Modeling of pipeline leakage detection and prewarning system for locating error analysis based on jones matrix [J]. Journal of the Japan Petroleum Institute, 2009, 52(3):114 – 119.
- [8] Sun Gang, Jin Shilong. Analyses of jones matrix of bire-fringent grystals[J]. Journal of Applied Optics, 2005, 26 (4):17-21. (in Chinese)
 孙刚,金世龙.双折射晶体琼斯矩阵分析[J].应用光 学,2005,26(4):17-21.
- [9] Liao Yanbiao. Polarization optics [M]. Beijing: Science Press,2003. (in Chinese)
 廖延彪. 偏振光学[M]. 北京:科学出版社,2003.
- [10] Kang Lishan, XieYun, You Shiyong, et al. Non-numerical parallel algorithms (the first volume) simulated annealing [M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese) 康立山,谢云,尤矢勇,等. 非数值并行算法(第一册) 模拟退火算法[M]. 北京:科学出版社, 1998.
- [11] Huang Ping. Optimal theories and methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese) 黄平. 最优化理论与方法 [M]. 北京:清华大学出版 社,2009.